Kapitel 1
Grundbegriffe der Mengenlehre und der Logik

Bemerkung. Häufig wird ein System von Mengen dadurch gegeben, daß man von einer 1/0/11
sog. Indexmenge I ausgeht, jedem „Index“ $i \in I$ eine Menge X_i zuordnet und die Mengen X_i zu einer neuen Menge $M := \{X_i : i \in I\}$ zusammenfaßt.

Für das so gewonnene Mengensystem M kann man dann den Durchschnitt bzw. die Vereinigung wie folgt schreiben:

$$\bigcap M = \bigcap_{i \in I} X_i \quad \text{bzw.} \quad \bigcup M = \bigcup_{i \in I} X_i .$$

Es ließen sich hier natürlich weitere solcher Grundbegriffe auflisten. Für unsere Zwecke reichen die bisher gegebenen aber zunächst aus.

In mathematischen Definitionen und Sätzen benutzt man sehr häufig die folgenden Bindewörter bzw. Wortverbindungen:

nicht, und, oder, wenn – so, genau dann – wenn (oder einfach *gdw*),
für jedes ..., es gibt ein ...,

die der Reihe nach auch als

Negation, Konjunktion, Alternative, Implikation, Äquivalenz,
All-Quantor, Existenz-Quantor

bezeichnet werden, und für die man gelegentlich der Reihe nach folgende Abkürzungen benutzt:

$\neg, \ \wedge, \ \vee, \ \rightarrow, \ \leftrightarrow, \ \forall, \ \exists.$

Es hat sich gezeigt, daß man in der Mathematik alle Aussagen schon allein mittels gewisser „Grundaussagen“ (gebildet mit Hilfe des Mengenbegriffs, der Elementbeziehung und der Gleichheitsrelation) und den oben gegebenen Bindewörtern und Wortverbindungen formulieren kann. Es wäre natürlich nicht vernünftig, alle mathematischen Aussagen auf solche „Grundaussagen“ zurückzuführen, da man kompliziertere Aussagen (etwa aus der Analysis) in dieser „Sprache“ kaum noch verstehen könnte. Daher ist es sehr hilfreich, sich weitere Grundbausteine zu definieren. Hierzu gehören insbesondere Relationen und Funktionen (oder Abbildungen).