Kapitel 3
Folgen von reellen Zahlen

3.1 Konvergenz von Folgen

Beispiele.

2. Sei $(a_n) = \left(\dfrac{2n^2}{n^2+2n+3}\right)$.

Behauptung: $a_n \to 2$.

Beweis. Sei $\varepsilon > 0$. Es ist

$$\begin{aligned} |a_n - 2| &= \left|\frac{2n^2}{n^2+2n+3} - 2\right| = \left|\frac{2n^2-2n^2-4n-6}{n^2+2n+3}\right| \\ &= \left|\frac{-4n-6}{n^2+2n+3}\right| = \frac{4n+6}{n^2+2n+3} \\ &= \underbrace{\frac{4n}{n^2+2n+3}}_{\leq \frac{4n}{n^2}} + \underbrace{\frac{6}{n^2+2n+3}}_{\leq \frac{6}{2n}} \\ &\leq \frac{4}{n} + \frac{3}{n} = \frac{7}{n}. \end{aligned}$$ **3/1/4/2**

Ist $n_0 > \dfrac{7}{\varepsilon}$, dann gilt für alle $n \geq n_0$:

$$|a_n - 2| \leq \frac{7}{n} \leq \frac{7}{n_0} < \varepsilon.$$