Kapitel 3
Folgen von reellen Zahlen

3.1 Konvergenz von Folgen

Beispiele.

2. Es sei $|a| < 1$ und $(a_n) = (a^n)$. **3/1/8/2**

Um nachzuweisen, daß (a^n) eine Nullfolge ist, g.z.z.:

Wenn $\varepsilon > 0$, dann existiert ein n_0, so daß für jedes $n \geq n_0 : |a^n - 0| < \varepsilon$.

Sei $\varepsilon > 0$. Für $a = 0$ ist die Behauptung trivial.

Es sei jetzt $a \neq 0$. Wegen $|a| < 1$ ist $\dfrac{1}{|a|} > 1$.

Nach dem Korollar zur Bernoullischen Ungleichung existiert für $\dfrac{1}{\varepsilon}$ eine natürliche Zahl n_0, so daß $\left(\dfrac{1}{|a|}\right)^{n_0} > \dfrac{1}{\varepsilon}$. Folglich ist $\dfrac{1}{|a_0|^{n_0}} > \dfrac{1}{\varepsilon}$, also $|a|^{n_0} < \varepsilon$. Für $n \geq n_0$ gilt damit $|a^n - 0| = |a|^n \leq |a|^{n_0} < \varepsilon$.