Kapitel 3
Folgen von reellen Zahlen

3.1 Konvergenz von Folgen

Satz 3.3 *Jede konvergente Folge ist beschränkt.* **3/1/14**

Beweis. Es sei (a_n) konvergent gegen a. **3/1/15**
Für $\varepsilon = 1$ existiert dann ein n_0, so daß für jedes $n \geq n_0$ gilt: $|a_n - a| < \varepsilon = 1$.
Es sei $d := \max\{|a_0 - a| \,:\, n < n_0\}$, $\Longrightarrow |a_n - a| \leq d$ für alle $n < n_0$.
Für beliebige n gilt dann: $|a_n - a| < 1 + d$. Hieraus erhält man

$$|a_n| = |a_n - a + a| \leq \underbrace{|a_n - a|}_{<1+d} + |a| < 1 + d + |a| := c.$$

Folglich ist (a_n) beschränkt. ❏