Kapitel 3
Folgen von reellen Zahlen

3.1 Konvergenz von Folgen

Satz 3.10 (*Eigenschaften konvergenter Folgen*) **3/1/43**

Es seien $(a_n), (b_n)$ *konvergente Folgen und* c, d *seien reelle Zahlen. Dann gilt*:

(1) $(c \cdot a_n)$ *ist konvergent und* $\lim(c \cdot a_n) = c \cdot \lim a_n$.

(2) $(a_n + b_n)$ *ist konvergent und* $\lim(a_n + b_n) = \lim a_n + \lim b_n$.

(3) $(a_n \cdot b_n)$ *ist konvergent und* $\lim(a_n \cdot b_n) = \lim a_n \cdot \lim b_n$.

(4) *Sind alle* $b_n \neq 0$ *und ist* $\lim b_n \neq 0$, *dann ist* $\left(\frac{1}{b_n}\right)$ *konvergent und* $\lim \frac{1}{b_n} = \frac{1}{\lim b_n}$.

(4′) *Sind alle* $b_n \neq 0$ *und ist* $\lim b_n \neq 0$, *dann ist* $\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$ *konvergent und* $\lim \frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim a_n}{\lim b_n}$.

(5) $(|a_n|)$ *ist konvergent und* $\lim |a_n| = |\lim a_n|$.

(6) *Ist* $a_n \leq b_n$ *für jedes* n, *dann ist* $\lim a_n \leq \lim b_n$.
Ist insbesondere $a_n \leq d$ *bzw.* $d \leq b_n$ *für jedes* n, *dann ist* $\lim a_n \leq d$ *bzw.* $d \leq \lim b_n$.

Lemma. *Wenn* $\lim b_n = b \neq 0$, *dann existiert ein* m_0, *so daß für jedes* $n \geq m_0$ *gilt*: **3/1/44/2**
$|b_n| \geq \frac{|b|}{2}$.