

Kapitel 4 Unendliche Reihen; Potenzreihen

4.1 Konvergenz von Reihen

Satz 4.8 (*Majorantenkriterium*)

4/1/32

Es seien $\sum a_i$, $\sum b_i$ Reihen mit nicht-negativen Gliedern, und es sei $\sum b_i$ eine Majorante von $\sum a_i$. Dann gilt:

- (1) Ist $\sum b_i$ konvergent, so ist auch $\sum a_i$ konvergent.
- (2) Ist $\sum a_i$ divergent, so ist auch $\sum b_i$ divergent.

Beweis. (1). Nach Voraussetzung gilt $0 \leq a_i \leq b_i$ für alle i . Folglich ist

4/1/33

$$0 \leq S_n = a_0 + \cdots + a_n \leq S'_n = b_0 + \cdots + b_n.$$

Da (S_n) monoton wächst, genügt zu zeigen, daß (S_n) beschränkt ist.

Nach Voraussetzung ist (S'_n) konvergent, also auch beschränkt. Folglich ist auch (S_n) beschränkt.

(2) Kontraposition von (1). \square