Kapitel 4
Unendliche Reihen; Potenzreihen

4.1 Konvergenz von Reihen

3. Wir betrachten jetzt die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n}$ und zeigen, daß diese Reihe für gewisse Werte **4/1/43**
$a \in \mathbb{R}$ konvergiert und für andere Werte divergiert.
Es sei zunächst $|a| < 1,\ a \neq 0$. Wir benutzen das Quotientenkriterium. Für $q = |a|$ und für fast alle n gilt

$$\left| \frac{\frac{a^{n+1}}{n+1}}{\frac{a^n}{n}} \right| = |a| \cdot \frac{n}{n+1} \leq q < 1.$$

Ist $|a| = 1$, so erhält man für $a = 1$ die harmonische Reihe (diese ist divergent) und für $a = -1$ eine konvergente alternierende Reihe.
Es sei nun $|a| > 1$. Dann ist $\left(\frac{a^n}{n}\right)$ keine Nullfolge, und somit $\sum \frac{a^n}{n}$ nicht konvergent.