

## Kapitel 4 Unendliche Reihen; Potenzreihen

### 4.2 Assoziativität und Kommutativität bei Reihen

**Satz 4.15** (Großer Umordnungssatz)

4/2/20

Es sei  $\sum_{i,j=0}^{\infty} a_{ij}$  eine Doppelreihe,  $\varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \times \mathbb{N}$  eine Bijektion, und für  $\varphi(\nu) = (i, j)$

sei  $b_\nu := a_{ij}$ . Weiterhin sei  $\sum_{\nu=0}^{\infty} b_\nu$  absolut konvergent und  $\sum b_\nu = b$ . Dann gilt:

(1) Jede Zeilenreihe  $\sum_{j=0}^{\infty} a_{ij} := Z_i$  konvergiert absolut.

(2) Jede Spaltenreihe  $\sum_{i=0}^{\infty} a_{ij} := S_j$  konvergiert absolut.

(3) Die Reihen  $\sum_{i=0}^{\infty} Z_i$  und  $\sum_{j=0}^{\infty} S_j$  konvergieren absolut, und es ist

$$\sum_{i=0}^{\infty} Z_i = \sum_{i=0}^{\infty} \left( \sum_{j=0}^{\infty} a_{ij} \right) = \sum_{j=0}^{\infty} \left( \sum_{i=0}^{\infty} a_{ij} \right) = \sum_{j=0}^{\infty} S_j = b.$$