

Kapitel 4 Unendliche Reihen; Potenzreihen

4.2 Assoziativität und Kommutativität bei Reihen

Beweis. Es sei $\sum_{\nu=0}^n |b_\nu|$ eine Partialsumme von $\sum b_\nu$. Dann gibt es eine Zahl k , 4/2/23
so daß alle Paare $\varphi(0), \dots, \varphi(n)$ in der Menge $\{(i, j) : i \leq k, j \leq k\}$ vorkommen.
Folglich ist

$$\sum_{\nu=0}^n |b_\nu| \leq \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^k |a_{ij}| \leq \sum_{i=0}^k \underbrace{\sum_{j=0}^{\infty} |a_{ij}|}_{=\alpha_i} = \sum_{i=0}^k \alpha_i \leq \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i.$$

Dann ist die (monoton wachsende) Folge der Partialsummen von $\sum |b_\nu|$ nach oben beschränkt und folglich absolut konvergent. Damit sind alle Voraussetzungen von Satz 4.15 erfüllt und das Korollar bewiesen. \square