

Kapitel 4 Unendliche Reihen; Potenzreihen

4.5 Rechnen mit Potenzreihen

Satz 4.25 (*Identitätssatz für Potenzreihen*)

4/5/6

Voraussetzungen:

- (1) Es seien $\sum a_n(x-a)^n$ und $\sum b_n(x-a)^n$ Potenzreihen mit den Konvergenzradien ϱ_1 bzw. ϱ_2 und $\varrho_1, \varrho_2 > 0$.
- (2) (x_ν) sei eine Folge mit $x_\nu \neq a$, $\lim x_\nu = a$ und $|x_\nu - a| < \varrho_1, \varrho_2$.
- (3) Für jedes $\nu \in \mathbb{N}$ gilt: $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x_\nu - a)^n = \sum_{n=0}^{\infty} b_n(x_\nu - a)^n$.

Behauptung: Für jedes n ist $a_n = b_n$.

(D.h., stimmen zwei Potenzreihen in unendlich vielen Punkten x_ν überein und ist der Mittelpunkt a der Potenzreihen wenigstens ein Häufungspunkt dieser Menge, dann stimmen die Reihen schon koeffizientenweise überein, sie sind also identisch.)

Beweis.

4/5/7/1

Zum Beweis des Satzes benötigen wir zunächst einen Hilfssatz.