Kapitel 4
Unendliche Reihen; Potenzreihen

4.5 Rechnen mit Potenzreihen

Bemerkung. Als Folgerung erhält man sofort: Stimmen zwei Potenzreihen in einem „kleinen Intervall“ überein, dann sind sie schon identisch. **4/5/8**
Es sei hier ein Ausblick auf eine spätere wichtige Anwendung des Lemmas gegeben.
Mit Potenzreihen lassen sich auf einfache Weise Funktionen definieren:
$f(x) := \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-a)^n$, wobei $f(x)$ dann im Konvergenzgebiet der Potenzreihe definiert ist.
Es gilt offenbar $f(a) = a_0$, und aus dem Lemma erhält man:
Wenn $x_\nu \to a$, so $f(x_\nu) \to f(a)$. Hieraus folgt, daß die Funktion wenigstens an der Stelle $x = a$ stetig ist (dieser Begriff ist natürlich noch zu definieren). Aus der Stetigkeit an einer Stelle folgt bei einigen wichtigen Funktionen schon die Stetigkeit im gesamten Definitionsbereich (z.B. für die Sinusfunktion und die Exponentialfunktion, mit deren Hilfe sich weitere elementare Funktionen definieren lassen).

In den späteren Kapiteln werden wir uns noch ausführlicher mit weiteren Eigenschaften von Funktionenfolgen und -reihen befassen, insbesondere werden wir Untersuchungen zur Stetigkeit, Differenzierbarkeit und Integrierbarkeit der Grenzfunktion bei gleichmäßiger konvergenz vornehmen.