Kapitel 5
Reelle Funktionen

5.3 Elementare Funktionen

Bemerkung. Ist $f(x) = x^n$, $x \geq 0$, dann ist offenbar $\sqrt[n]{x}$ die Umkehrfunktion von f. Nach Satz 5.8 ist f^{-1} in $[0, \infty)$ stetig. Für ungerade n ist f in $\mathbb{R}$ injektiv und somit die Umkehrfunktion $\sqrt[n]{x}$ in ganz $\mathbb{R}$ definiert und stetig. (vgl. auch Abb. 5.17). **5/3/14**
Für gerade n ist f in $(-\infty, 0]$ definiert und injektiv, folglich besitzt f in $(-\infty, 0]$ ebenfalls eine Umkehrfunktion $-\sqrt[n]{x}$ (vgl. Abb. 5.16).

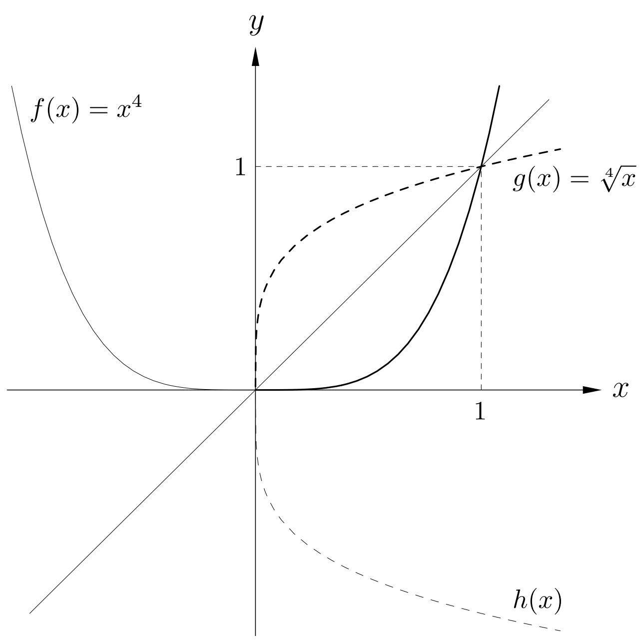

Abb. 5.16 Für gerade n verlaufen die Graphen der Funktionen $f(x) = x^n$, $g(x) = \sqrt[n]{x}$ und $h(x) = -\sqrt[n]{x}$ ähnlich wie die von f, g und h in dieser Abbildung und in Abb. 5.6. (Dort wird der Spezialfall $n = 2$ und hier der Fall $n = 4$ dargestellt.) g ist die Umkehrfunktion von f für $x \geq 0$ und h die von f für $x \leq 0$.

Die nächste Abbildung zeigt den analogen Fall für ungerade n. Hierfür existiert die inverse Funktion im gesamten Definitionsbereich von f.

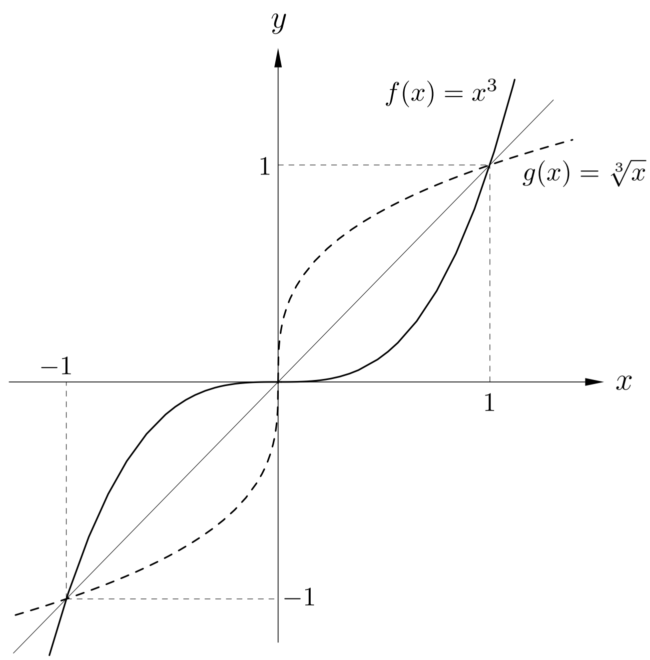

Abb. 5.17 Für ungerade n verlaufen die Graphen der Funktionen $f(x) = x^n$, $g(x) = \sqrt[n]{x}$ ähnlich wie die von f und g in dieser Abbildung. (Hier wird der Spezialfall $n = 3$ dargestellt.) Da f im gesamten Definitionsbereich $(-\infty, \infty)$ injektiv ist, besitzt f dort auch eine Umkehrfunktion, nämlich g (Graph von g dick gestrichelt).

(3) **Elementare transzendente Funktionen**

Neben den algebraischen Funktionen gibt es noch weitere, nämlich die sog. transzendenten Funktionen.