

Kapitel 5

Reelle Funktionen

5.3 Elementare Funktionen

Satz 5.13 \ln hat folgende Eigenschaften:

5/3/29

- (1) $\ln e = 1$, $\ln e^x = x$ und $e^{\ln x} = x$.
- (2) \ln ist stetig.
- (3) $\ln(x \cdot y) = \ln x + \ln y$ (Funktionalgleichung des natürlichen Logarithmus).
- (4) $\ln 1 = 0$, $\ln \frac{1}{x} = -\ln x$;
für $0 < x < 1$ ist $\ln x < 0$, und für $1 < x$ ist $0 < \ln x$.
- (5) \ln ist streng monoton wachsend.
- (6) Für rationale r und reelle $x > 0$ gilt: $\ln(x^r) = r \cdot \ln x$
(für irrationale r ist x^r noch nicht definiert!).
- (7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln x = \infty$, $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \ln x = -\infty$.