Kapitel 6
Der n-dimensionale euklidische Raum $\mathbb{R}^n$; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

6.2 Funktionen mit mehreren Veränderlichen

Satz 6.9 *Sei* $f : \mathbb{M}_1 \to \mathbb{M}_2$, a *ein Häufungspunkt von* $D(f)$ *und* $a \in D(f)$. **6/2/10**
Dann gilt: f *ist in* a *stetig gdw* $\lim\limits_{x \to a} f(x)$ *existiert und* $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$.

Beweis. Der Beweis kann völlig analog wie im Fall $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ geführt werden (vgl. Kapitel 5, Satz 5.2). Da hier aber neue Begriffe auftauchen, soll die Beweisidee noch einmal erläutert werden. **6/2/11**

$(\longrightarrow)$ Sei f in a stetig und $\varepsilon > 0$. Nach Definition der Stetigkeit gibt es dann ein $\delta > 0$, so daß für alle $x \in D(f)$ gilt:

Wenn $\varrho_1(x, a) < \delta$, so $\varrho_2(f(x), f(a)) < \varepsilon$.

Damit ist nach Definition des Grenzwertes:

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a) \ (:= c).$$

$(\longleftarrow)$ Ist $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$, dann ist nach der Definition des Grenzwertes offenbar auch f in a stetig. ❑