# Kapitel 6
# Der $n$-dimensionale euklidische Raum $\mathbb{R}^n$; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

## 6.3 Eigenschaften stetiger Funktionen

**Satz 6.18** *Sei* $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ *und* $M \subseteq D(f)$. **6/3/34**
*Existiert eine Konstante* $c \in \mathbb{R}$, *so daß für jedes* $\bar{x}, \bar{y} \in M$ *gilt*:
$|f(\bar{x}) - f(\bar{y})| \leq c \cdot |\bar{x} - \bar{y}|$, *dann ist* $f$ *in* $M$ *gleichmäßig stetig.*

**Beweis.** Sei o.B.d.A. $c > 0$ und $|f(\bar{x}) - f(\bar{y})| \leq c \cdot |\bar{x} - \bar{y}|$ für alle $\bar{x}, \bar{y} \in M$. **6/3/35**
Weiterhin sei $\varepsilon > 0$ beliebig. Wir wählen $\delta = \dfrac{\varepsilon}{c}$.
Dann gilt für jedes $\bar{x}, \bar{y} \in M$ mit $|\bar{x} - \bar{y}| < \delta = \dfrac{\varepsilon}{c}$ :

$$|f(\bar{x}) - f(\bar{y})| \leq c \cdot |\bar{x} - \bar{y}| < c \cdot \delta = c \cdot \frac{\varepsilon}{c} = \varepsilon.$$

Folglich ist $f$ in $M$ gleichmäßig stetig. ❏