

Kapitel 6

Der n -dimensionale euklidische Raum \mathbb{R}^n ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

6.3 Eigenschaften stetiger Funktionen

Bemerkung. Sei $M \subseteq \mathbb{R}$ und $f : M \rightarrow \mathbb{R}$. Aus der Lipschitz-Stetigkeit von f in M erhält man für $x, y \in M$ und $x \neq y$:

$$\left| \frac{f(x) - f(y)}{x - y} \right| \leq c,$$

d.h., der sog. *Differenzenquotient*, der uns noch in der Differentialrechnung begegnen wird, ist in M durch c beschränkt.

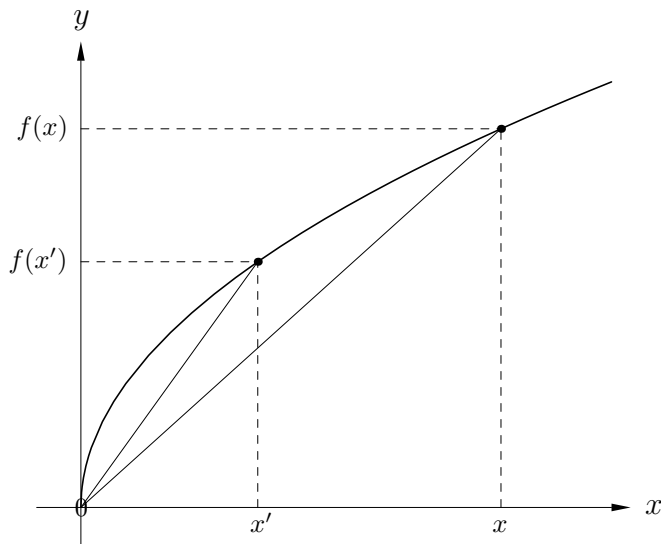


Abb. 6.15 Der Anstieg der Sekante zwischen den Punkten $(0, 0)$ und $(x, f(x))$ mit $x > 0$ ist gegeben durch $\frac{f(x)-f(0)}{x-0}$. Für $f(x) = \sqrt{x}$ erhält man daraus $\frac{\sqrt{x}}{x} = \frac{1}{\sqrt{x}}$. Wenn $x \rightarrow 0$ und $x > 0$, so ist $\left| \frac{f(x)-f(0)}{x-0} \right| = \frac{1}{|\sqrt{x}|} = \frac{1}{\sqrt{x}}$ offenbar nicht beschränkt.