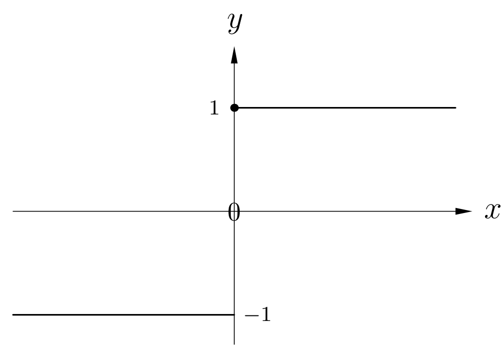
Kapitel 6
Der n-dimensionale euklidische Raum $\mathbb{R}^n$; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

6.3 Eigenschaften stetiger Funktionen

Beispiel. **6/3/49**

Sei $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{für } x \geq 0, \\ -1, & \text{für } x < 0. \end{cases}$

Abb. 6.17



An der Stelle $a = 0$ ist f rechtsseitig, aber nicht linksseitig stetig.
Nach Definition ist $f(0) = 1$. Sei jetzt $\varepsilon > 0$ beliebig und z.B. $\delta = \varepsilon$.
Dann gilt:
Für jedes $x \in D_r(f, 0)$ (also $x > 0$) mit der Eigenschaft $|x - 0| < \delta$ ist
$|\underbrace{f(x)}_{=1} - \underbrace{f(0)}_{=1}| = 0 < \varepsilon$.
Aber z.B. für $\varepsilon = 1$ und $\delta > 0$ beliebig gilt:
Wenn $x \in D_l(f, 0)$ (also $x < 0$), so ist $|\underbrace{f(x)}_{=-1} - \underbrace{f(0)}_{=1}| = |-2| \geq \varepsilon$.

Andererseits besitzt f jedoch einen rechtsseitigen und einen linksseitigen Grenzwert: 1 bzw. -1, die voneinander verschieden sind, und außerdem ist der linksseitige Grenzwert von f an der Stelle 0 verschieden von dem Funktionswert $f(0)$.