

Kapitel 7 Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

7.1 Ableitung

Bemerkung. Das Wesen dieser Definition besteht darin, daß wir die Funktion f als lineare Funktion $t(x) = f(a) + b(x - a)$ plus einem Rest $o(x)$ dargestellt haben, wobei der Rest für „kleine“ $x - a$ selbst „klein“ wird, dies bedeutet eben $\lim_{x \rightarrow a} \frac{o(x)}{|x - a|} = 0$. Hierfür sagen wir auch:

Die Funktion f läßt sich in $U(a)$ linear approximieren.

Differenzierbarkeit einer Funktion f in a bedeutet also nichts anderes, als f in einer Umgebung $U(a)$ durch eine lineare Funktion hinreichend gut approximieren zu können. Das ist das Wesen der Differenzierbarkeit, und dies läßt sich auch auf Funktionen mehrerer Veränderlicher übertragen. Davon werden wir im nächsten Kapitel noch Gebrauch machen. (vgl. auch Abb. 7.5)

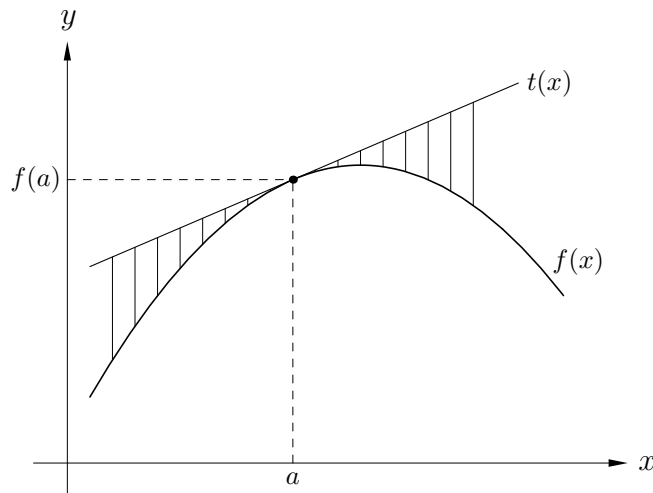


Abb. 7.5 Die Funktion wird in einer hinreichend kleinen Umgebung von a durch die Tangente linear approximiert. Der dabei auftretende Fehler ist durch die dünnen senkrechten Striche symbolisiert.