

Kapitel 7

Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

7.1 Ableitung

Satz 7.1 Ist f in a differenzierbar, dann ist f in a stetig.

7/1/12

Beweis. g.z.z.: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

7/1/13

Für $x \neq a$ ist $f(x) - f(a) = \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \cdot (x - a)$.

Nach Voraussetzung ist $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = f'(a)$, folglich gilt

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \cdot (x - a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \cdot \lim_{x \rightarrow a} (x - a) = f'(a) \cdot 0 = 0$$

Damit erhält man

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) = 0 \quad \implies \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a). \quad \square$$