Kapitel 7
Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

7.1 Ableitung

Satz 7.3 (*Produktregel*) **7/1/17**

Sind f, g *in* a *differenzierbar, dann ist* $f \cdot g$ *in* a *differenzierbar, und es ist* $(f \cdot g)'(a) = f'(a) \cdot g(a) + f(a) \cdot g'(a)$ (oder kurz $(f \cdot g)' = f'g + fg'$).

Beweis. Es ist **7/1/18**

$$\frac{(f \cdot g)(x) - (f \cdot g)(a)}{x - a} = \frac{f(x) \cdot g(x) - f(a) \cdot g(a)}{x - a} =$$

$$\frac{f(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g(a) + f(x) \cdot g(a) - f(a) \cdot g(a)}{x - a} =$$

$$\frac{f(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g(a)}{x - a} + \frac{f(x) \cdot g(a) - f(a) \cdot g(a)}{x - a} =$$

$$\underbrace{f(x)}_{\substack{\longrightarrow f(a), \\ \text{stetig}}} \cdot \underbrace{\frac{g(x) - g(a)}{x - a}}_{\substack{\longrightarrow g'(a), \\ \text{differenzierbar}}} + g(a) \cdot \underbrace{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}_{\substack{\longrightarrow f'(a), \\ \text{differenzierbar}}} \xrightarrow[x \to a]{} f(a) \cdot g'(a) + g(a) \cdot f'(a).$$ ❏