

Kapitel 7

Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

7.1 Ableitung

Satz 7.4 Ist f in a differenzierbar und $f(a) \neq 0$, dann ist $\frac{1}{f}$ in a differenzierbar, 7/1/19

und es ist $\left(\frac{1}{f}\right)'(a) = -\frac{f'(a)}{f^2(a)}$.

Beweis. Es ist

7/1/20

$$\begin{aligned} \frac{\frac{1}{f}(x) - \frac{1}{f}(a)}{x - a} &= \frac{\frac{1}{f(x)} - \frac{1}{f(a)}}{x - a} = \frac{\frac{f(a) - f(x)}{f(x) \cdot f(a)}}{x - a} = \\ &= -\frac{1}{\underbrace{f(x) \cdot f(a)}_{\rightarrow \frac{1}{f^2(a)}}} \cdot \underbrace{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}_{\rightarrow f'(a)} \xrightarrow{x \rightarrow a} -\frac{f'(a)}{f^2(a)}. \quad \square \end{aligned}$$