Kapitel 7
Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

7.2 Mittelwertsätze; der Satz von Taylor

Korollar. *Ist I ein Intervall in $\mathbb{R}$, f in I differenzierbar, und ist $f'(x) = 0$ für jedes $x \in I$, dann ist f in I konstant.* **7/2/4**

Beweis. g.z.z.: Wenn $x_1, x_2 \in I$, so $f(x_1) = f(x_2)$. **7/2/5**

Sei o.B.d.A. $x_1 < x_2$. Nach Voraussetzung ist f in I differenzierbar, folglich ist f auch in $[x_1, x_2]$ differenzierbar und stetig. Nach dem 1. Mittelwertsatz gibt es dann ein $c \in (x_1, x_2)$, so daß $\dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = f'(c)$.

Wegen $f'(c) = 0$ ist $f(x_2) - f(x_1) = 0$ und somit $f(x_1) = f(x_2)$. ❏