Kapitel 7
Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

7.2 Mittelwertsätze; der Satz von Taylor

Satz 7.11 (*Satz von Taylor*) **7/2/9**

Sei I *ein Intervall und* $a \in I$. *Ist* f *in* I $(n+1)$*-mal differenzierbar, dann gibt es für jedes* $x \in I$ *ein* ϑ $(= \vartheta(x))$ *mit* $0 < \vartheta < 1$, *so daß*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!} \cdot (x-a)^1 + \cdots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!} \cdot (x-a)^n + R_n(x), \quad \textit{wobei}$$

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(a + \vartheta(x-a))}{(n+1)!} \cdot (x-a)^{(n+1)}.$$

$\Big($ $R_n(x)$ heißt *Lagrange'sches Restglied,* $p(x) := \sum_{i=0}^{n} \frac{f^{(i)}(a)}{i!} \cdot (x-a)^i$ heißt *Taylorpolynom,* wobei $f^{(0)}(x) := f(x)$, und $f(x) = p(x) + R_n(x)$ heißt *Taylorsche Formel.* $\Big)$