Kapitel 7
Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

7.4 Differenzierbarkeit der Grenzfunktion bei Folgen und Reihen von Funktionen

Korollar. *Sei* $f(x)=\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n(x-a)^n$ *eine Potenzreihe mit dem Konvergenzradius* **7/4/5**
$\varrho>0$. *Dann ist* f *in* $(a-\varrho, a+\varrho)$ *beliebig oft differenzierbar, und es ist*

$$
\begin{aligned}
f^{(k)}(x) &= \Big(\sum_{m=0}^{\infty} a_n(x-a)\Big)^{(k)} = \sum_{n=k}^{\infty} n(n-1)\cdots(n-k+1)\cdot a_n(x-a)^{n-k} \\
&= k!\cdot \sum_{n=k}^{\infty} \binom{n}{k}(x-a)^{n-k} = k!\cdot \sum_{m=0}^{\infty} \binom{k+m}{k}(x-a)^{m} \;.
\end{aligned}
$$

Beweis. Den Beweis führt man leicht mit Hilfe des vorhergehenden Satzes induktiv **7/4/6**
über k. ❑