Kapitel 8
Differentialrechnung für Funktionen mehrerer Veränderlicher (Einführung)

8.1 Differenzierbarkeit

Satz 8.1 *Sei* $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ *und* $\bar{c} \in \mathbb{R}^n$. **8/1/9**
Ist f *in* $\bar{c}$ *differenzierbar, dann ist* f *in* $\bar{c}$ *stetig.*

Beweis. Sei f in $\bar{c}$ differenzierbar. Dann existiert eine Umgebung $U(\bar{c})$, so daß für **8/1/10**
jedes $\bar{x} \in U(\bar{c})$ gilt: $f(\bar{x}) - f(\bar{c}) = A(\bar{x} - \bar{c}) + o(\bar{x})$.

g.z.z. : $\lim\limits_{\bar{x}\to\bar{c}} \Big(f(\bar{x} - f(\bar{c})) \Big) = \bar{0}$.

Offenbar gilt $o(\bar{x}) \xrightarrow[\bar{x}\to\bar{c}]{} \bar{0}$.

Nach Satz 6.8 ist eine Vektorfunktion stetig, wenn alle ihre Komponenten stetig sind. Dies trifft insbesondere auf $A(\bar{x} - \bar{c})$ zu. Die Komponenten sind aber als lineare Funktionen (nach Satz 6.11) stetig. Folglich gilt auch $A(\bar{x} - \bar{c}) \xrightarrow[\bar{x}\to\bar{c}]{} \bar{0}$.

Hieraus folgt die Behauptung. ❑