Kapitel 8
Differentialrechnung für Funktionen mehrerer Veränderlicher (Einführung)

8.1 Differenzierbarkeit

Satz 8.6 (*Differentiation rationaler Funktionen*) **8/1/28**

Seien $f, g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ *und* f, g *in* $\bar{c}$ *differenzierbar. Dann gilt:*

(1) $f \pm g$ *und* $f \cdot g$ *sind in* $\bar{c}$ *differenzierbar, und es ist*

$$(f \pm g)'(\bar{c}) = f'(\bar{c}) \pm g'(\bar{c}) \qquad \Big(\Longrightarrow \quad d(f \pm g) = df \pm dg\Big),$$

$$(f \cdot g)'(\bar{c}) = f'(\bar{c}) \cdot g(\bar{c}) + f(\bar{c}) \cdot g'(\bar{c}) \qquad \Big(\Longrightarrow \quad d(f \cdot g) = g \cdot df + f \cdot dg\Big).$$

(2) *Ist* $g(\bar{x}) \neq 0$ *für jedes* $\bar{x}$ *in einer Umgebung* $U(\bar{c})$, *dann ist* $\frac{f}{g}$ *in* $\bar{c}$ *differenzierbar, und es ist*

$$\Big(\frac{f}{g}\Big)'(\bar{c}) = \frac{f'(\bar{c}) \cdot g(\bar{c}) - f(\bar{c}) \cdot g'(\bar{c})}{g^2(\bar{c})} \qquad \Big(\Longrightarrow \quad d\Big(\frac{f}{g}\Big) = \frac{g \cdot df - f \cdot dg}{g^2}\Big).$$

Beweis. Den Beweis führt man ähnlich wie für Funktionen einer reellen Veränderlichen; **8/1/29**
man hat hier lediglich alle Beweisschritte für die partiellen Ableitungen vorzunehmen.
❏