Kapitel 8
Differentialrechnung für Funktionen mehrerer Veränderlicher (Einführung)

8.1 Differenzierbarkeit

Bemerkung. Für $g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ und $f : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^k$ stellt sich die Ableitung von $(f \circ g)$ an der Stelle $\bar{c}$ wie folgt dar, wobei $\bar{b} = g(\bar{c})$ ist: **8/1/34**

$$(f \circ g)'(\bar{c}) = f'(g(\bar{c})) \cdot g'(\bar{c}) = f'(\bar{b}) \cdot g'(\bar{c}) = \frac{\partial(f_1, \dots, f_k)}{\partial(y_1, \dots, y_m)}(\bar{b}) \cdot \frac{\partial(g_1, \dots, g_m)}{\partial(x_1, \dots, x_n)}(\bar{c})$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial y_1}(\bar{b}) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial y_m}(\bar{b}) \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_k}{\partial y_1}(\bar{b}) & \dots & \frac{\partial f_k}{\partial y_m}(\bar{b}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1}(\bar{c}) & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n}(\bar{c}) \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial g_m}{\partial x_1}(\bar{c}) & \dots & \frac{\partial g_m}{\partial x_n}(\bar{c}) \end{pmatrix}$$

$$= \Big(a_{ji}\Big)_{\substack{i=1,\dots,n \\ j=1,\dots,k}} \quad \text{und} \quad a_{ji} = \sum_{\nu=1}^{m} \frac{\partial f_j}{\partial y_\nu}(\bar{b}) \cdot \frac{\partial g_\nu}{\partial x_i}(\bar{c}).$$