Kapitel 8
Differentialrechnung für Funktionen mehrerer Veränderlicher (Einführung)

8.1 Differenzierbarkeit

Beispiele.

Bemerkung. (ohne Beweis) **8/1/35/3**

Sei $g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$, $\bar{c} \in \mathbb{R}^n$, $g(\bar{x}) = g(x_1, \ldots, x_n)$, und $g := (g_1, \ldots, g_n)$.
Ist die Determinante der Funktionalmatrix von g in einer Umgebung $U(\bar{c})$ von null verschieden, also

$$\det\left(\frac{\partial(g_1, \ldots, g_n)}{\partial(x_1, \ldots, x_n)}(\bar{x})\right) \neq 0 \quad \text{für alle } \bar{x} \in U(\bar{c}),$$

dann besitzt g in $U(\bar{c})$ eine Umkehrfunktion.
Speziell für unsere Transformationsfunktion $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ gilt dann

$$\det\left(\frac{\partial(g_1, g_2)}{\partial(r, \varphi)}(r, \varphi)\right) \neq 0 \quad \Longleftrightarrow \quad r \neq 0.$$

Die Koordinatentransformation ist demnach außer im Punkt $(0, 0)$ injektiv.