Kapitel 8
Differentialrechnung für Funktionen mehrerer Veränderlicher (Einführung)

8.2 Partielle Ableitungen und Differentiale höherer Ordnung

Beispiel. **8/2/5**

Sei $f(x, y) = x^2 + y^2$. Dann ist

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 2y \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2, \; \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 0, \; \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 0, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 2.$$

Folglich ist

$$df = \frac{\partial f}{\partial x}\, dx + \frac{\partial f}{\partial y}\, dy = 2x\, dx + 2y\, dy.$$

Weiterhin ist

$$d^2 f = d(df) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\, dx^2 + 2\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\, dxdy + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\, dy^2 =$$

$$2dx^2 + 2dy^2,$$

und schließlich

$$d^3 f = 0, \quad \text{(denn alle dritten partiellen Ableitungen sind null).}$$