Kapitel 8
Differentialrechnung für Funktionen mehrerer Veränderlicher (Einführung)

8.3 Der Satz von Taylor; lokale Extrema für Funktionen mit mehreren Veränderlichen

Beweis. Wir betrachten zunächst eine Parameterdarstellung **8/3/2**

$$g(t) := \bar{b} + t(\bar{b} - \bar{a}), \quad t \in [0,1]$$

von $s(\bar{a}, \bar{b})$ und definieren damit die Funktion $F : [0,1] \to \mathbb{R}$ mit der Eigenschaft

$$F(t) := f(g(t)).$$

Offenbar ist F in $[0,1]$ stetig und in $(0,1)$ differenzierbar. Dann läßt sich auf F der 1. Mittelwertsatz der Differentialrechnung anwenden. Folglich existiert ein $\xi \in (0,1)$, so daß

$$F'(\xi) = \frac{F(1) - F(0)}{1 - 0} = F(1) - F(0).$$

Hieraus folgt

$$\begin{aligned} F(1) - F(0) &= f(\underbrace{g(1)}_{=\bar{b}}) - f(\underbrace{g(0)}_{=\bar{a}}) = f(\bar{b}) - f(\bar{a}) \\ &= F'(\xi) = f'(\underbrace{g(\xi)}_{:=\bar{c}}) \cdot \underbrace{g'(\xi)}_{=\bar{b}-\bar{a}} \\ &= f'(\bar{c}) \cdot (\bar{b} - \bar{a}). \qquad ❏ \end{aligned}$$