Kapitel 8
Differentialrechnung für Funktionen mehrerer Veränderlicher (Einführung)

8.3 Der Satz von Taylor; lokale Extrema für Funktionen mit mehreren Veränderlichen

Korollar. **8/3/13**

(1) *Für* $m = 0$ *liefert der Satz von Taylor* (wie für Funktionen mit einer Veränderlichen) *den Mittelwertsatz als Spezialfall.*

(2) *Für* $m = 1,\ n = 2$ *und* $\bar{a} = (a, b),\ \bar{x} = (x, y),\ \bar{h} = \bar{x} - \bar{a} = (x - a, y - b)$ *und* $\bar{u} := \bar{a} + \vartheta\bar{h}$ *erhält man*

$$f(x,y) = f(a,b) + f_x(\bar{a})\cdot(x-a) + f_y(\bar{a})\cdot(y-b) + \frac{1}{2!}\Big(f_{xx}(\bar{u})\cdot(x-a)^2 + 2f_{xy}(\bar{u})\cdot(x-a)(y-b) + f_{yy}(\bar{u})\cdot(y-b)^2\Big).$$

(3) *Gilt zusätzlich zu den Voraussetzungen des Satzes 8.12, daß* $f \in C^\infty(M)$ (d.h., f ist in M beliebig oft differenzierbar), *dann läßt sich* f *in eine Potenzreihe* (mit mehreren Veränderlichen) *entwickeln.*

Wenn $R_m(\bar{x}) \xrightarrow[m\to\infty]{} 0$, *so ist* $f(\bar{x}) = \sum_{i=0}^{\infty}(h_1 D_1 + \cdots + h_n D_n)^{(i)} f(\bar{a}).$