

## Kapitel 8 Differentialrechnung für Funktionen mehrerer Veränderlicher (Einführung)

### 8.3 Der Satz von Taylor; lokale Extrema für Funktionen mit mehreren Veränderlichen

**Korollar.**

8/3/13

- (1) Für  $m = 0$  liefert der Satz von Taylor (wie für Funktionen mit einer Veränderlichen) den Mittelwertsatz als Spezialfall.
- (2) Für  $m = 1$ ,  $n = 2$  und  $\bar{a} = (a, b)$ ,  $\bar{x} = (x, y)$ ,  $\bar{h} = \bar{x} - \bar{a} = (x - a, y - b)$  und  $\bar{u} := \bar{a} + \vartheta \bar{h}$  erhält man

$$f(x, y) = f(a, b) + f_x(\bar{a}) \cdot (x - a) + f_y(\bar{a}) \cdot (y - b) + \frac{1}{2!} \left( f_{xx}(\bar{u}) \cdot (x - a)^2 + 2f_{xy}(\bar{u}) \cdot (x - a)(y - b) + f_{yy}(\bar{u}) \cdot (y - b)^2 \right).$$

- (3) Gilt zusätzlich zu den Voraussetzungen des Satzes 8.12, daß  $f \in C^\infty(M)$  (d.h.,  $f$  ist in  $M$  beliebig oft differenzierbar), dann läßt sich  $f$  in eine Potenzreihe (mit mehreren Veränderlichen) entwickeln.

Wenn  $R_m(\bar{x}) \xrightarrow{m \rightarrow \infty} 0$ , so ist  $f(\bar{x}) = \sum_{i=0}^{\infty} (h_1 D_1 + \dots + h_n D_n)^{(i)} f(\bar{a})$ .

**Beweis.** (1) und (2) sind trivial; (3) zeigt man wie im eindimensionalen Fall.  $\square$

8/3/14