Kapitel 8
Differentialrechnung für Funktionen mehrerer Veränderlicher (Einführung)

8.3 Der Satz von Taylor; lokale Extrema für Funktionen mit mehreren Veränderlichen

Wir fahren jetzt fort mit der Untersuchung unseres Beispiels. Hierzu benutzen wir das oben erhaltene Kriterium. **8/3/25**

Offenbar sind die zweiten partiellen Ableitungen an der kritischen Stelle $(0,0)$ stetig. Denn es ist

$$f_{xx}(x,y) = 2, \quad f_{xy}(x,y) = f_{yx}(x,y) = 0, \quad f_{yy}(x,y) = 2,$$

und damit gilt

$$D = \begin{vmatrix} f_{xx}(\bar{0}) & f_{xy}(\bar{0}) \\ f_{xy}(\bar{0}) & f_{yy}(\bar{0}) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 4 \neq 0.$$

Wegen $f_{xx}(\bar{0}) = 2 > 0$ besitzt f in $\bar{0}$ ein lokales Extremum (vgl. auch Abb. 8.5 und Abb. 8.8 b).