

Kapitel 8 Differentialrechnung für Funktionen mehrerer Veränderlicher (Einführung)

8.4 Implizite Funktionen

Definition. (*Implizit definierte Funktion*)

8/4/1

Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $\bar{a} = (a, b)$ und f in einer Umgebung $U(\bar{x})$ definiert und $f(a, b) = 0$. Weiterhin seien $\varepsilon, \delta > 0$, jedoch so klein, daß $U_\delta(a) \times U_\varepsilon(b) \subseteq U(\bar{a})$.

Durch die Gleichung $f(x, y) = 0$ ist in der Umgebung $U_\delta(a)$ eine Funktion $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ implizit definiert

\equiv_{Df} Für jedes $x \in U_\delta(a)$ gibt es genau ein $y \in U_\varepsilon(b)$, so daß $f(x, y) = 0$ und $y = g(x)$ (insbesondere ist $b = g(a)$).

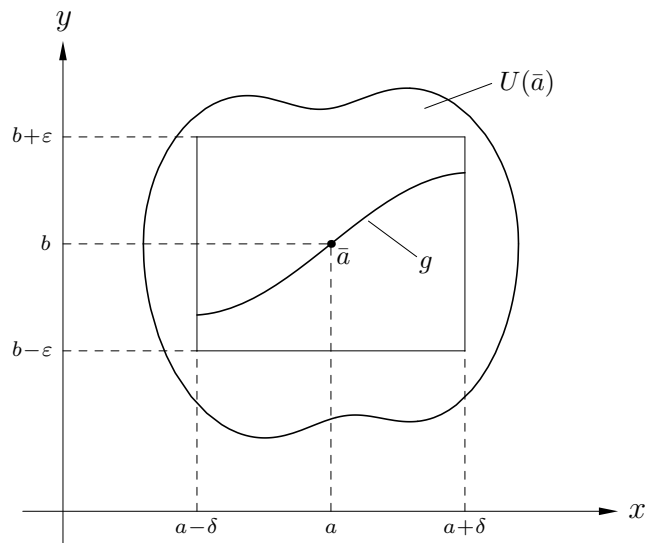


Abb. 8.13 zeigt die durch die Gleichung $f(x, y) = 0$ in dem Intervall $(a - \delta, a + \delta)$ implizit definierte Funktion g . Die entsprechende Kurve ist der Durchschnitt der dreidimensionalen Punktmenge $\{(x, y, z) : z = f(x, y)\}$ mit der Ebene $z = 0$. Hierfür denke man sich die z -Achse senkrecht auf der (x, y) -Ebene stehend.