

Kapitel 8

Differentialrechnung für Funktionen mehrerer Veränderlicher (Einführung)

8.4 Implizite Funktionen

Satz 8.16 (Hauptsatz über implizite Funktionen)

8/4/10

Voraussetzung:

- (1) Sei $M \subseteq \mathbb{R}^{n+m}$ eine offene Menge und $f = (f_1, \dots, f_m) : \mathbb{R}^{n+m} \rightarrow \mathbb{R}^m$ stetig in M .
- (2) Sei $\bar{c} = (\bar{a}, \bar{b})$ und $f(\bar{c}) = \bar{0}$.
- (3) f_1, \dots, f_m seien in einer Umgebung $U(\bar{c})$ nach allen Variablen y_1, \dots, y_m stetig partiell differenzierbar und die Determinante der Funktionalmatrix $\frac{\partial(f_1, \dots, f_m)}{\partial(y_1, \dots, y_m)}(\bar{c})$ sei (an der Stelle \bar{c}) nicht null.

Behauptung:

Es gibt eine stetige Funktion $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, für die gilt:

Für jedes $\varepsilon > 0$ gibt es ein $\delta > 0$, so daß für jedes $\bar{x} \in U_\delta(\bar{a})$ genau ein $\bar{y} \in U_\varepsilon(\bar{b})$ existiert mit $f(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ und $\bar{y} = g(\bar{x})$ (insbesondere ist $g(\bar{a}) = \bar{b}$).