Kapitel 9
Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

9.1 Das unbestimmte Integral

Satz 9.2 (*Integration einer Summe*) **9/1/10**
Es seien $a, b \in \mathbb{R}$. *Besitzen* f *und* g *Stammfunktionen in* I, *dann besitzt auch* $a \cdot f + b \cdot g$ *eine Stammfunktion in* I, *und es gilt*

$$\int \Big(a \cdot f(x) + b \cdot g(x)\Big)\, dx = a \cdot \int f(x)\, dx + b \cdot \int g(x)\, dx.$$

Beweis. Sei $x_0 \in I$ und F, G seien die Stammfunktionen von f bzw. g, für die **9/1/11**
$F(x_0) = G(x_0) = 0$, also $F'(x) = f(x)$, $G'(x) = g(x)$ und $F(x) = \int_{x_0}^{x} f(x)\, dx$ und $G(x) = \int_{x_0}^{x} g(x)\, dx$. Dann ist offenbar $a \cdot F + b \cdot G$ die Stammfunktion von $a \cdot f + b \cdot g$ in I, welche an der Stelle x_0 Null wird. Also ist

$$\int\limits_{x_0}^{x} (a \cdot f(x) + b \cdot g(x))\, dx = a \cdot F(x) + b \cdot G(x) = a \cdot \int\limits_{x_0}^{x} f(x)\, dx + b \cdot \int\limits_{x_0}^{x} g(x)\, dx. \qquad \square$$