Kapitel 9
Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

9.1 Das unbestimmte Integral

Satz 9.3 (*partielle Integration*) **9/1/13**
Es seien f und g in I definiert. Besitzt f in I eine Stammfunktion F und ist g in I differenzierbar und besitzt $F \cdot g'$ in I eine Stammfunktion, dann besitzt auch $f \cdot g$ in I eine Stammfunktion, und es ist

$$\int f(x)g(x)\,dx = F(x)g(x) - \int F(x)g'(x)\,dx.$$

Beweis. Es sei $x_0 \in I$ und o.B.d.A. sei F die Stammfunktion von f in I, die an der Stelle x_0 Null wird. Weiterhin sei **9/1/14**

$$h(x) := F(x)g(x) - \int_{x_0}^{x} F(x)g'(x)\,dx.$$

Dann ist h als Differenz zweier differenzierbarer Funktionen wieder differenzierbar in I, und es gilt

$$h'(x) = \underbrace{F'(x)}_{=f(x)} g(x) + F(x)g'(x) - F(x)g'(x) = f(x)g(x).$$

Folglich ist h die Stammfunktion von $f \cdot g$ in I, die an der Stelle x_0 Null wird. Hieraus folgt die Behauptung. ❑