

Kapitel 9

Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

9.5 Mittelwertsätze der Integralrechnung

Satz 9.19 (*Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung*)

9/5/14

Ist f in $[a, b]$ stetig und F eine Stammfunktion von f in $[a, b]$, dann ist

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

Beweis. Sei F eine (beliebige) Stammfunktion von f und $F_0(x) = \int_a^x f(t) dt$. Dann 9/5/15

ist $F_0(a) = 0$ und $\int_a^b f(t) dx = F_0(b) = F_0(b) - F_0(a)$.

Da F und F_0 Stammfunktionen der gleichen Funktion f in einem Intervall sind, unterscheiden sie sich nur um eine additive Konstante, also $F_0(x) = F(x) + c$. Dann gilt

$$F_0(b) - F_0(a) = F(b) + c - F(a) - c = F(b) - F(a).$$

Damit gilt die Behauptung. \square

Bez.: $F(b) - F(a) := [F(x)]_a^b := F(x) \Big|_a^b$.