Kapitel 9
Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen
9.5 Mittelwertsätze der Integralrechnung

Satz 9.20 (*partielle Integration*) **9/5/17**
Sind f *und* g *in* $[a,b]$ *stetig differenzierbar, dann ist*

$$\int\limits_a^b f'(x)g(x)\,dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int\limits_a^b f(x)g'(x)\,dx.$$

Beweis. Offenbar ist mit f und g auch $f\cdot g$ in $[a,b]$ differenzierbar, und es gilt **9/5/18**
$(f\cdot g)' = f'g + fg'$. Folglich ist $f\cdot g$ eine Stammfunktion von $f'g+fg'$. Aufgrund der Stetigkeit von f' und g' sind auch $f'\cdot g$, $f\cdot g'$ und $f'\cdot g + f\cdot g'$ stetig. Dann gilt nach dem Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung:

$$\begin{aligned}[f(x)g(x)]_a^b &= \int\limits_a^b \Big(f'(x)g(x) + f(x)g'(x)\Big)\,dx \\ &= \int\limits_a^b f'(x)g(x)\,dx + \int\limits_a^b f(x)g'(x)\,dx.\end{aligned}$$

Also

$$\int\limits_a^b f'(x)g(x)\,dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int\limits_a^b f(x)g'(x)\,dx. \qquad ❏$$