Kapitel 9
Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen
9.6 Volumen von Rotationskörpern

Beispiele.

(3). Es sei jetzt $I = [1, 2]$ und f, g seien in I definierte Funktionen, so daß $f(x) = x$ und $g(x) = 1$. **9/6/1/3**

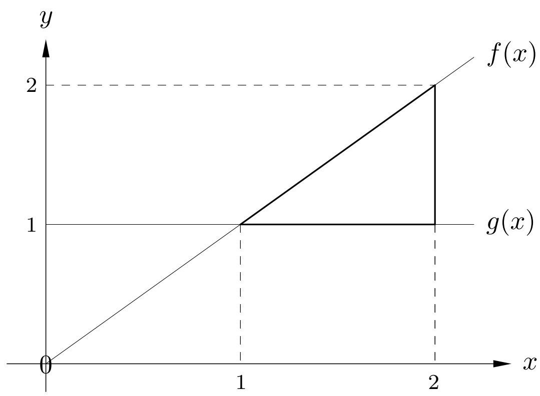

Abb. 9.15 Läßt man die stärker umrandete Dreiecksfläche um die x-Achse rotieren, dann entsteht als Rotationskörper ein „Ring“.

Wir lassen die durch f und g bestimmte Fläche um die x-Achse rotieren und bestimmen das Volumen des entsprechenden Rotationskörpers.

$$V = \pi \int_1^2 (f^2(x) - g^2(x))\, dx = \pi \int_1^2 (x^2 - 1)\, dx = \pi(\frac{1}{3}x^3 - x)\Big|_1^2 = \frac{4\pi}{3}.$$

Als Spezialfall erhält man das Volumen eines Kegels mit der Höhe h und dem Radius r. Hierfür ist nämlich $f(x) = \frac{r}{h} \cdot x$ und $I = [0, h]$. Also

$$V = \pi \int_0^h \frac{r^2}{h^2}\, x^2\, dx = \frac{r^2 \pi h}{3}.$$