

## Kapitel 9

### Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

#### 9.7 Uneigentliche Integrale

**Definition.** (*uneigentliches Integral über unendlichen Intervallen*)

9/7/1

Es sei  $a$  eine reelle Zahl,  $f$  sei für alle  $x \geq a$  definiert und in  $[a, x]$  integrierbar,

und es sei  $F(x) := \int_a^x f(t) dt$ .

$f$  ist in  $[a, \infty) = \{x : a \leq x\}$  *uneigentlich integrierbar*

$\stackrel{\text{Df}}{=} \text{Es existiert } \lim_{x \rightarrow \infty} F(x)$ .

Der Limes heißt dann *uneigentliches Integral* von  $f$  in  $[a, \infty)$ .

$$\text{Bez.: } \int_a^{\infty} f(t) dt$$

Ist  $f$  in  $[a, \infty)$  uneigentlich integrierbar, dann heißt  $\int_a^{\infty} f(t) dt$  *konvergent*, anderenfalls *divergent*.

Ist  $|f|$  in  $[a, \infty)$  uneigentlich integrierbar, dann heißt  $\int_a^{\infty} f(t) dt$  *absolut konvergent*.

Analog definiert man das uneigentliche Integral von  $f$  in  $(-\infty, a]$ . Hierbei sei  $f$  für jedes  $x \leq a$  definiert und in  $[x, a]$  integrierbar.

Man betrachtet dann  $F(x) := \int_x^a f(t) dt$  und  $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x)$ .