

Kapitel 10

Ausblicke auf die Integralrechnung für Funktionen mit mehreren Veränderlichen

10.2 Dreifachintegrale

Wir werden jetzt Dreifachintegrale auf einfachen Bereichen definieren.

10/2/14

Dazu sei $D = [a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times [a_3, b_3] \subseteq \mathbb{R}^3$ ein Quader und $B \subseteq D$ ein einfacher Bereich; o.B.d.A. gehen wir von einem x -einfachen Bereich B' über $[a_1, b_1]$ aus.

Sei $f(x, y, z) := f(\bar{x})$ in B definiert und stetig und

$$f^*(\bar{x}) \stackrel{\text{Df}}{=} \begin{cases} f(\bar{x}), & \text{für } \bar{x} \in B, \\ 0, & \text{für } \bar{x} \in D \setminus B. \end{cases}$$

Dann gilt für jedes $x \in [a_1, b_1]$:

wenn $a_2 \leq y < \varphi_1(x)$, so $f^*(\bar{x}) = 0$,

wenn $\varphi_1(x) \leq y \leq \psi_1(x)$, so $f^*(\bar{x}) = f(\bar{x})$,

wenn $\psi_1(x) < y \leq b_2$, so $f^*(\bar{x}) = 0$.

Für jedes $y \in [a_2, b_2]$ erhält man:

wenn $a_3 \leq z < \varphi_2(x, y)$, so $f^*(\bar{x}) = 0$,

wenn $\varphi_2(x, y) \leq z \leq \psi_2(x, y)$, so $f^*(\bar{x}) = f(\bar{x})$,

wenn $\psi_2(x, y) < z \leq b_3$, so $f^*(\bar{x}) = 0$.