

Kapitel 10

Ausblicke auf die Integralrechnung für Funktionen mit mehreren Veränderlichen

10.2 Dreifachintegrale

Bemerkung.

10/2/21

1. Als Volumen eines dreidimensionalen einfachen Bereiches B , der wie in den vorhergehenden Untersuchungen definiert ist, ergibt sich dann

$$\begin{aligned} V &= \int_{a_1}^{b_1} \left(\int_{\varphi_1(x)}^{\psi_1(x)} (\psi_2(x, y) - \varphi_2(x, y)) dy \right) dx \\ &= \int_{a_1}^{b_1} \left(\int_{\varphi_1(x)}^{\psi_1(x)} \left(\int_{\varphi_2(x, y)}^{\psi_2(x, y)} 1 dz \right) dy \right) dx \\ &= \iiint_B 1 dx dy dz = \iiint_B dx dy dz. \end{aligned}$$

(Hierbei ist auf B ebenfalls eine Funktion $f(\bar{x})$ definiert, nämlich $f(\bar{x}) = 1$.)

2. Ist B abermals ein einfacher dreidimensionaler Bereich, in dem eine (physikalische) Masse verteilt ist, und gibt die in B stetige Funktion $f(\bar{x})$ die Masseverteilung an, dann liefert $\iiint_B f(\bar{x}) d\bar{x}$ die in B befindliche Gesamtmasse.