

Kapitel 12 Aufgabensammlung

12.1 Grundbegriffe der Mengenlehre und der Logik

1.8 (leicht geänderte Fassung) Man gebe zu folgenden Aussagen je eine logisch äquivalente Alternative an (falls existent) und beweise die Gleichwertigkeit. (Hierbei soll eine Alternative höchstens die logischen Zeichen \neg, \vee enthalten und \neg höchstens vor A oder B stehen.) 12/1/8/1

(a) $\neg(\neg A \wedge \neg B)$, (b) $A \rightarrow B$, (c) $\neg(A \rightarrow B)$.

Lösungshinweis zu Aufgabe 1.8 (a) $\neg(\neg A \wedge \neg B) \equiv A \vee B$. 12/1/8/2

(b) $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$.

(c) Es gibt keine Alternative mit den geforderten Eigenschaften.

Lösung zu Aufgabe 1.8 12/1/8/3

(a) Es ist

$$\begin{aligned} \neg(\neg A \wedge \neg B) &\equiv \neg\neg A \vee \neg\neg B \\ &\equiv A \vee B \end{aligned}$$

(b) Es ist $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$, denn

| A | B | $A \rightarrow B$ | $\neg A$ | $\neg A \vee B$ |
|-----|-----|-------------------|----------|-----------------|
| W | W | W | F | W |
| W | F | F | F | F |
| F | W | W | W | W |
| F | F | W | W | W |

Die Aussagen sind gleichwertig.

(c) Angenommen, es gibt eine derartige Alternative. Dann wäre $\neg(A \rightarrow B)$ zu einer der folgenden Alternativen äquivalent: $A \vee B$, $A \vee \neg B$, $\neg A \vee B$, $\neg A \vee \neg B$.

Es gilt:

| A | B | $A \rightarrow B$ | $\neg(A \rightarrow B)$ | $A \vee B$ | $A \vee \neg B$ | $\neg A \vee B$ | $\neg A \vee \neg B$ |
|-----|-----|-------------------|-------------------------|------------|-----------------|-----------------|----------------------|
| W | W | W | F | W | W | W | F |
| W | F | F | W | W | W | F | W |
| F | W | W | F | W | F | W | W |
| F | F | W | F | F | W | W | W |

Aus der Wertetabelle geht hervor, daß $\neg(A \rightarrow B)$ zu keiner der Alternativen äquivalent ist.