

Kapitel 12 Aufgabensammlung

12.1 Grundbegriffe der Mengenlehre und der Logik

1.10 Betrachten Sie in einem rechtwinkligen (x, y) -Koordinatensystem die Geraden 12/1/10/1
 g_1, g_2, g_3 mit den sie darstellenden Gleichungen

$$g_1 : y = -x + 8; \quad g_2 : y = 3; \quad g_3 : y = x + 5.$$

Durch diese Geraden wird ein Dreieck bestimmt. Entscheiden Sie, welche der folgenden Aussagen wahr sind !

Die inneren Punkte dieses Dreiecks sind alle Punkte, für deren Koordinaten (x, y) gilt:

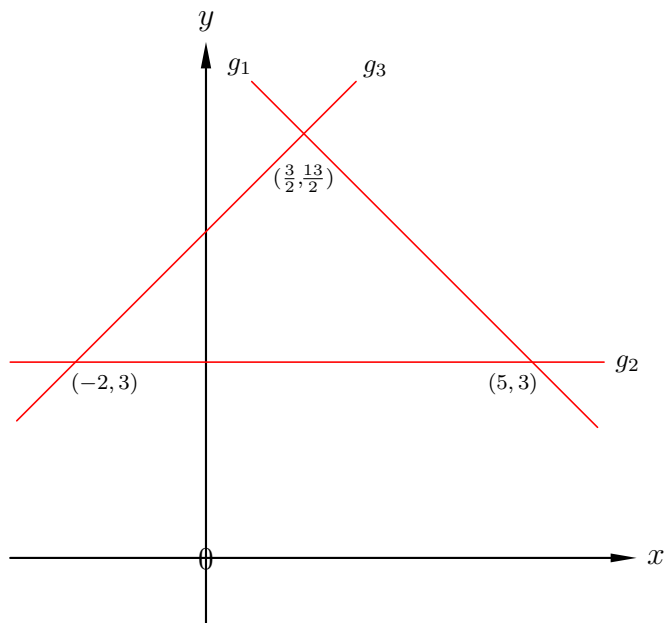
- (a) $y > -x + 8$ oder $y < 3$ oder $y > x + 5$,
- (b) $y > -x + 8$ und $y < 3$ und $y > x + 5$,
- (c) $y < -x + 8$ und $y > 3$ und $y < x + 5$,
- (d) $y < -x + 8$ oder $y > 3$ oder $y < x + 5$.

Lösung zu Aufgabe 1.10 Wir berechnen zunächst die Schnittpunkte der Geraden, 12/1/10/3
um eine Vorstellung von dem resultierenden Dreieck zu erhalten:

$$-x + 8 = 3 \iff x = 5; \text{ im Punkt } (5, 3) \text{ schneiden sich } g_1 \text{ und } g_2.$$

$$x + 5 = 3 \iff x = -2; \text{ im Punkt } (-2, 3) \text{ schneiden sich } g_2 \text{ und } g_3.$$

$$-x + 8 = x + 5 \iff x = \frac{3}{2}; \text{ im Punkt } \left(\frac{3}{2}, \frac{13}{2}\right) \text{ schneiden sich } g_1 \text{ und } g_3.$$



- (a) trifft nicht zu, da kein Punkt (x, y) mit $y < 3$ innerer Punkt des Dreiecks sein kann.
- (b) Hier kann die gleiche Argumentation wie unter (a) verwendet werden.

- (c) trifft zu, denn für jeden inneren Punkt (x, y) des Dreiecks gilt offenbar: $y > 3$; weiterhin liegt (x, y) unterhalb von g_1 , also $y < -x + 8$ und unterhalb von g_2 , also $y < x + 5$.
- (d) Wäre (d) richtig, so müßte z.B. $(0, 0)$ innerer Punkt des Dreiecks sein, was der Bedingung $y > 3$ widerspricht.