

## Kapitel 12

### Aufgabensammlung

#### 12.1 Grundbegriffe der Mengenlehre und der Logik

**1.10** Betrachten Sie in einem rechtwinkligen  $(x, y)$ -Koordinatensystem die Geraden 12/1/10/1

$g_1, g_2, g_3$  mit den sie darstellenden Gleichungen

$$g_1 : y = -x + 8; \quad g_2 : y = 3; \quad g_3 : y = x + 5.$$

Durch diese Geraden wird ein Dreieck bestimmt. Entscheiden Sie, welche der folgenden Aussagen wahr sind !

Die inneren Punkte dieses Dreiecks sind alle Punkte, für deren Koordinaten  $(x, y)$  gilt:

- (a)  $y > -x + 8$  oder  $y < 3$  oder  $y > x + 5$ ,
- (b)  $y > -x + 8$  und  $y < 3$  und  $y > x + 5$ ,
- (c)  $y < -x + 8$  und  $y > 3$  und  $y < x + 5$ ,
- (d)  $y < -x + 8$  oder  $y > 3$  oder  $y < x + 5$ .

**Lösungshinweis zu Aufgabe 1.10** (a) falsch,

12/1/10/2

(b) falsch,

(c) wahr,

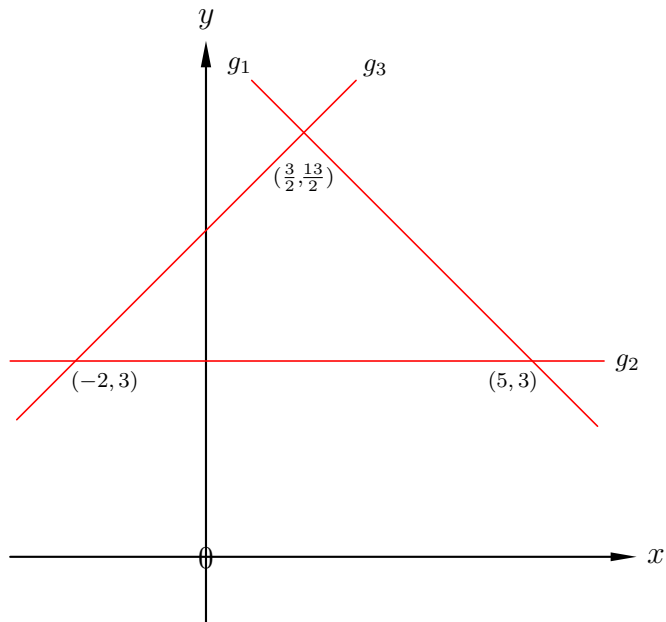
(d) falsch.

**Lösung zu Aufgabe 1.10** Wir berechnen zunächst die Schnittpunkte der Geraden, 12/1/10/3  
um eine Vorstellung von dem resultierenden Dreieck zu erhalten:

$$-x + 8 = 3 \iff x = 5; \text{ im Punkt } (5, 3) \text{ schneiden sich } g_1 \text{ und } g_2.$$

$$x + 5 = 3 \iff x = -2; \text{ im Punkt } (-2, 3) \text{ schneiden sich } g_2 \text{ und } g_3.$$

$$-x + 8 = x + 5 \iff x = \frac{3}{2}; \text{ im Punkt } \left(\frac{3}{2}, \frac{13}{2}\right) \text{ schneiden sich } g_1 \text{ und } g_3.$$



- (a) trifft nicht zu, da kein Punkt  $(x, y)$  mit  $y < 3$  innerer Punkt des Dreiecks sein kann.
- (b) Hier kann die gleiche Argumentation wie unter (a) verwendet werden.
- (c) trifft zu, denn für jeden inneren Punkt  $(x, y)$  des Dreiecks gilt offenbar:  $y > 3$ ; weiterhin liegt  $(x, y)$  unterhalb von  $g_1$ , also  $y < -x + 8$  und unterhalb von  $g_3$ , also  $y < x + 5$ .
- (d) Wäre (d) richtig, so müßte z.B.  $(0, 0)$  innerer Punkt des Dreiecks sein, was der Bedingung  $y > 3$  widerspricht.