Kapitel 12
Aufgabensammlung

12.1 Grundbegriffe der Mengenlehre und der Logik

1.13 Beweisen Sie: **12/1/13/1**

(a) Für alle natürlichen Zahlen $n \geq 1$ gilt: $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdots \frac{2n-1}{2n} \leq \frac{1}{\sqrt{3n+1}}$.

(b) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\binom{2n}{n} \geq 2^n$, wobei $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Lösungshinweis zu Aufgabe 1.13 (a) Im Induktionsschritt genügt zu zeigen, daß **12/1/13/2**
$\frac{1}{\sqrt{3n+1}} \cdot \frac{2n+1}{2n+2} \leq \frac{1}{\sqrt{3(n+1)+1}}$.

Durch Quadrieren läßt sich die Ungleichung leicht verifizieren.

(b) Der Beweis befolgt problemlos; es genügt, $\frac{2(2n+1)}{n+1} \geq 2$ nachzuweisen.