Kapitel 12
Aufgabensammlung

12.1 Grundbegriffe der Mengenlehre und der Logik

1.16 Es sei a eine reelle Zahl mit $a \neq 0$. **12/1/16/1**

Zeigen Sie, daß für alle natürlichen Zahlen n gilt: $\sum\limits_{i=0}^{n} a^i = \frac{1-a^{n+1}}{1-a}$.

Lösung zu Aufgabe 1.16 Der Beweis erfolgt induktiv über n. **12/1/16/3**

1. Für $n = 0$ ist die Gleichung richtig.

2. Für n gelte die Behauptung bereits.

3. Wir zeigen: $\sum\limits_{i=0}^{n+1} a^i = \frac{1-a^{n+2}}{1-a}$.

Aufgrund der Induktionsvoraussetzung ist

$$\sum_{i=0}^{n+1} a^i = \frac{1-a^{n+1}}{1-a} + a^{n+1} = \frac{1-a^{n+1}+(1-a)\cdot a^{n+1}}{1-a} = \frac{1-a^{n+2}}{1-a}.$$