

## Kapitel 12

### Aufgabensammlung

#### 12.2 Reelle Zahlen

**2.3** Beweisen Sie:

12/2/3/1

Sind  $a, b \in \mathbb{R}$  und ist  $1 < a$ , dann existiert ein  $n \in \mathbb{N}$ , so daß  $a^n > b$ .

**Lösungshinweis zu Aufgabe 2.3** Man benutze die Bernoullische Ungleichung und das archimedische Axiom. 12/2/3/2

**Lösung zu Aufgabe 2.3** (Im Beweis werden die Bernoullische Ungleichung und das Archimedische Axiom benutzt.) 12/2/3/3

Es sei  $a := 1 + h$ ; wegen  $a > 1$  ist  $h > 0$ . Aus der Bernoullischen Ungleichung erhält man  $a^m = (1 + h)^m \geq 1 + mh > mh$  für jedes  $m \in \mathbb{N}$ . Wegen  $h > 0$  existiert nach dem Archimedischen Axiom ein  $n \in \mathbb{N}$ , so daß  $nh > b$ . Folglich gilt  $a^n > b$ .