

Kapitel 12

Aufgabensammlung

12.3 Folgen von reellen Zahlen

3.1 Geben Sie je eine Folge (a_n) mit den folgenden Eigenschaften an:

12/3/1/1

- (a) (a_n) konvergiert gegen $\frac{1}{2}$,
- (b) 3 ist Häufungspunkt von (a_n) , aber nicht Grenzwert,
- (c) (a_n) hat genau drei Häufungspunkte,
- (d) 5 ist Grenzwert, und (a_n) ist nicht monoton,
- (e) (a_n) ist nicht beschränkt, und 0 ist Häufungspunkt.

Lösungshinweis zu Aufgabe 3.1 (a) $a_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{n}$.

12/3/1/2

$$(b) a_n = \begin{cases} 3, & n \text{ gerade,} \\ 0, & n \text{ ungerade.} \end{cases}$$

$$(c) a_n = \begin{cases} 0, & n = 3m, \\ 1, & n = 3m + 1, \\ 2, & n = 3m + 2, \end{cases} \quad m \in \mathbb{N}.$$

$$(d) a_n = 5 + \frac{(-1)^n}{n}.$$

$$(e) a_n = \begin{cases} n, & n \text{ gerade,} \\ \frac{1}{2}, & n \text{ ungerade.} \end{cases}$$

Lösung zu Aufgabe 3.1

12/3/1/3

$$(a) \text{ Wir wählen } a_n := \frac{1}{2} + \frac{1}{n} = \frac{n+1}{2n}.$$

$$(b) \text{ Wir wählen } a_n := \begin{cases} 3, & \text{falls } n \text{ gerade,} \\ 0, & \text{falls } n \text{ ungerade.} \end{cases}$$

$$(c) \text{ Wir wählen } a_n := \begin{cases} 0, & \text{falls } n = 3m, \\ 1, & \text{falls } n = 3m + 1, \\ 2, & \text{falls } n = 3m + 2 \end{cases} \quad \text{für ein } m \in \mathbb{N}.$$

$$(d) \text{ Wir wählen } a_n := 5 + \frac{(-1)^n}{n} = \frac{5n + (-1)^n}{n}.$$

$$(e) \text{ Wir wählen } a_n := \begin{cases} n, & \text{falls } n \text{ gerade,} \\ \frac{1}{2}, & \text{falls } n \text{ ungerade.} \end{cases}$$